IZVJEŠĆE O NASTAVI MATEMATIKE održanoj preko SKYPE-a za naše učenike iz 4. L (Matek, Pavlović, Šlogar) i 4.K (Kaćunko, Šimić) na stručnoj praksi u inozemstvu – Wasserburg, Njemačka.

Nastavu je izvodio nastavnik: Stjepan Crnolatac, dipl. ing.

U prvom javljanju izmijenjene su e-mail adrese s učenicima kako bismo mogli razmijenjivati pisane materijale odnosno zadaće učenicima.

Također je bio objašnjen zaostatak iz prvog poglavlja - korjenovanje kompleksnih brojeva – koji učenici nisu stigli odraditi na redovnoj nastavi prije puta.

Korjenovanje je objašnjeno na tri karakteristična primjera:

a) $z^3 = i$
b) $z^4 = -16$
c) $z^6 = -\sqrt{3} - i$

uz predočenje formule:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\,\left(\cos\frac{\alpha+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha+2k\pi}{n}\right) \qquad k = 0,1,\ldots,n-1$$

te prikaz rješenja u kompleksnoj Gaussovoj ravnini.

Na mail učenika poslana je zadaća – tri primjera analogna onim rješenim preko SKYPE-a .

U drugom javljanju obrađena je uvodna tema iz NIZOVA. Definirani su nizovi općenito – preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva (dakle, redni brojevi članova niza) u neki skup S. Taj skup S ne mora biti numerički (npr. skup učenika 4.L gdje rednom broju iz imenika pridružujemo određenog učenika 4.L razreda). U školi ipak rješavamo takve nizove gdje je skup S brojevni skup odnosno najčešće skup realnih (R) odnosno skup racionalnih brojeva (Q). Objašnjen je pojam – zadavanje niza (opći član niza) kao i rekurzivno zadani nizovi. Riješeno je par konkretnih zadataka nakon čega je učenicima zadana malo opširnija, iako ne zahtjevna, zadaća.

Zadaci 2.1.

1. Zapiši opći član a_n niza ako je $a_n = f(n)$:

   a) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$ b) $1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \dots$

   c) $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$ d) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \frac{5}{26}, \dots$

   e) $\left(1+\frac{1}{1}\right)^1, \left(1+\frac{1}{2}\right)^2, \left(1+\frac{1}{3}\right)^3, \dots$

2. Napiši prvih 7 članova niza a_n ako je

   a) $a_n = 3n+2$, b) $a_n = n+\frac{2}{n}$,

   c) $a_n = -\frac{1}{2}n+10$, d) $a_n = \frac{2n-3}{n+2}$,

   e) $a_n = n^2-n+1$, f) $a_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}$,

   g) $5\cdot 2^{n-1}$, h) $\frac{(-1)^{n+1}}{n!}$.

3. Odredi rekurziju koja opisuje niz

   a) 4, 9, 14, 19, 24, ... b) 10, 5, 2.5, 1.25, ...

   c) 2, 4, 16, 256, 65536, ... d) 3, 4, 7, 11, 18, 29, ...

4. Napiši prvih 6 članova niza a_n ako je a_n zadan rekur...

   a) $a_1 = 2,\ a_n = a_{n-1}+2$, b) $a_1 = 3,\ a_n = 2a_{n-1}+ \dots$

   c) $a_1 = a,\ a_n = a_{n-1}+3$, d) $a_1 = x,\ a_n = 2a_{n-1}- \dots$

   e) $a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_n = a_{n-1}-a_{n-2}$.

5. Ako je $a_n = 2n+3$ opći član niza dokaži da vrijedi $a_{n+2} = a_n + 4$

6. Niz je zadan sa $a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + 6n$. Provjeri da $a_n = 3n^2-3n+1$ za svaki $n \in \mathbb{N}$.

U trećem javljanju diskutirana je zadaća učenika, ispravljeni manji nedostatci te napravljen uvod u ARITMETIČKI NIZ.

Aritmetički niz – niz u kojem je razlika između svaka dva člana konstantna i nazivamo je diferencija aritmetičkog niza (d).

1,4,7,10,13,.... d=3

$\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, ..., d=$\sqrt{2}$

5, 3,1,-1,..., d=-2

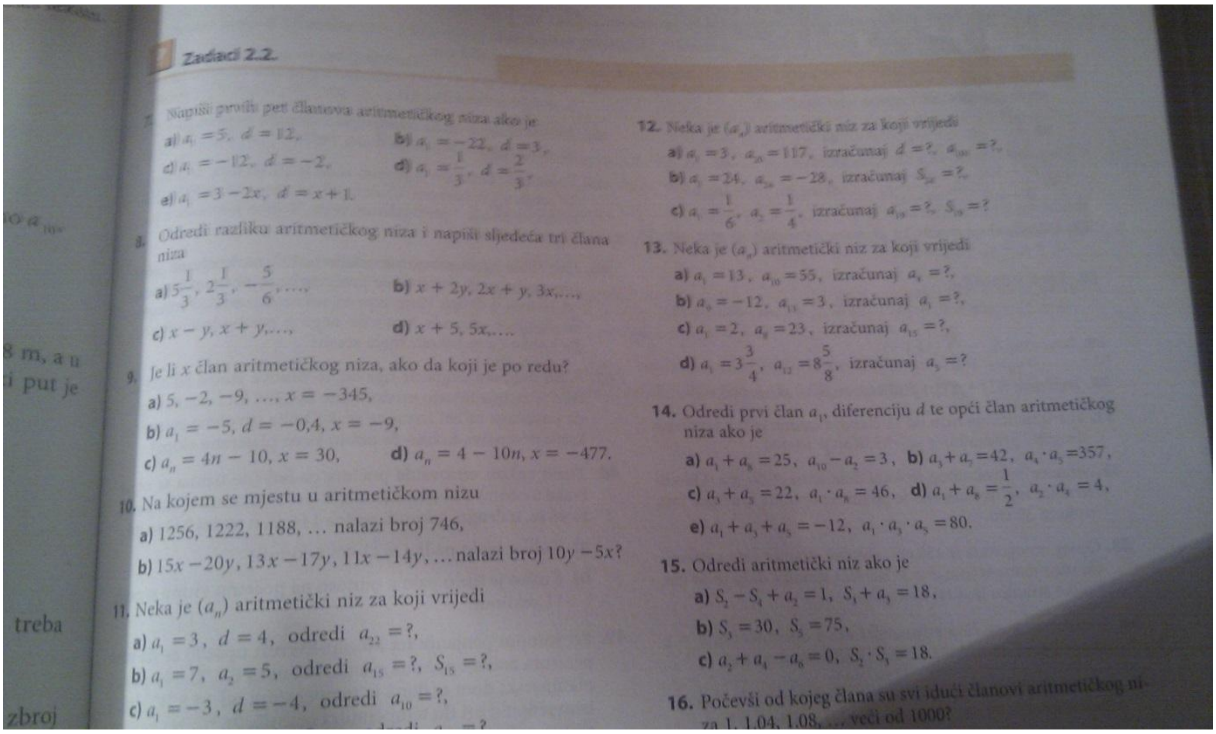
Definirali smo opći član aritmetičkog niza: $a_n = a_1 + (n-1)d$

iz čega vidimo da je aritmetički niz određen prvim članom i diferencijom.

Također je definiran i zbroj prvih n članova aritmetičkog niza: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

na temelju principa kojeg je Gauss navodno znao sa 7 godina.

Učenicima su na mail poslani uvodni zadaci iz aritmetičkog niza:



Zadaci 2.2.

7. Napiši prvih pet članova aritmetičkog niza ako je

a) $a_1 = 5,\ d = 12,$ b) $a_1 = -22,\ d = 3,$

c) $a_1 = -12,\ d = -2,$ d) $a_1 = \frac{1}{3},\ d = \frac{2}{3},$

e) $a_1 = 3 - 2x,\ d = x + 1.$

8. Odredi razliku aritmetičkog niza i napiši sljedeća tri člana niza

a) $5\frac{1}{3}, 2\frac{1}{3}, -\frac{5}{6}, \dots,$ b) $x + 2y, 2x + y, 3x, \dots,$

c) $x - y, x + y, \dots,$ d) $x + 5, 5x, \dots.$

9. Je li x član aritmetičkog niza, ako da koji je po redu?

a) $5, -2, -9, \dots, x = -345,$

b) $a_1 = -5, d = -0{,}4, x = -9,$

c) $a_n = 4n - 10, x = 30,$ d) $a_n = 4 - 10n, x = -477.$

10. Na kojem se mjestu u aritmetičkom nizu

a) 1256, 1222, 1188, … nalazi broj 746,

b) $15x - 20y, 13x - 17y, 11x - 14y, \dots$ nalazi broj $10y - 5x$?

11. Neka je (a_n) aritmetički niz za koji vrijedi

a) $a_1 = 3,\ d = 4,$ odredi $a_{22} = ?,$

b) $a_1 = 7,\ a_2 = 5,$ odredi $a_{15} = ?,\ S_{15} = ?,$

c) $a_1 = -3,\ d = -4,$ odredi $a_{10} = ?,$

12. Neka je (a_n) aritmetički niz za koji vrijedi

a) $a_1 = 3,\ a_{20} = 117,$ izračunaj $d = ?,\ a_{100} = ?,$

b) $a_1 = 24,\ a_{26} = -28,$ izračunaj $S_{26} = ?,$

c) $a_1 = \frac{1}{6},\ a_2 = \frac{1}{4},$ izračunaj $a_{19} = ?,\ S_{19} = ?$

13. Neka je (a_n) aritmetički niz za koji vrijedi

a) $a_1 = 13,\ a_{10} = 55,$ izračunaj $a_5 = ?,$

b) $a_9 = -12,\ a_{13} = 3,$ izračunaj $a_1 = ?,$

c) $a_1 = 2,\ a_8 = 23,$ izračunaj $a_{15} = ?,$

d) $a_1 = 3\frac{3}{4},\ a_{12} = 8\frac{5}{8},$ izračunaj $a_5 = ?$

14. Odredi prvi član a_1, diferenciju d te opći član aritmetičkog niza ako je

a) $a_1 + a_6 = 25,\ a_{10} - a_2 = 3,$ b) $a_3 + a_7 = 42,\ a_4 \cdot a_5 = 357,$

c) $a_3 + a_5 = 22,\ a_1 \cdot a_8 = 46,$ d) $a_1 + a_8 = \frac{1}{2},\ a_2 \cdot a_4 = 4,$

e) $a_1 + a_3 + a_5 = -12,\ a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 = 80.$

15. Odredi aritmetički niz ako je

a) $S_2 - S_4 + a_2 = 1,\ S_1 + a_3 = 18,$

b) $S_3 = 30,\ S_5 = 75,$

c) $a_2 + a_4 - a_6 = 0,\ S_2 \cdot S_3 = 18.$

16. Počevši od kojeg člana su svi idući članovi aritmetičkog niza 1, 1.04, 1.08, … veći od 1000?

Ovakav način nastave pokazao se učinkovit uz povećani trud nastavnika i učenika. Učenicima je takav način rada bio vrlo zanimljiv, moderan i u skladu s njihovim interesima pa su i u rješavanju zadataka bili više motivirani.

Ispunjeni su obrazovni ciljevi pa mislim da bi se takav način rada mogao provoditi i ubuduće u sličnim prilikama.

Stjepan Crnolatac, prof. matematike

15.11.2013.